

Klasse 12 · Nichttechnik

Was genau musst du können? Hier steht jeder Lernbereich Punkt für Punkt – so fein, wie er in Kurzarbeiten, Schulaufgaben und im Fachabitur abgefragt wird.

Wie sicher bist du? 😞 noch nicht 😊 geht so 😊 sitzt – ankreuzen
oder im PDF anklicken.

OHNE HILFSMITTEL = kommt typischerweise im Teil **ohne Taschenrechner und Merkhilfe** – das musst du im Kopf bzw. von Hand können.

LehrplanPLUS FOS 12 Mathematik (ABU, G, S, W, GH, IW), gültig ab 2018/19 – Fachabitur 2027. Die Grundlagen aus Klasse 11 gehören ebenfalls zum Prüfungsstoff.

1 Differenzialrechnung bei ganzrationalen Funktionen ca. 30 Std.

ABSOLUTE EXTREMA, RANDWERTE, WERTEMENGE

- 😞 😊 😊 aus Extrempunkten und Globalverlauf entscheiden, ob es absolute Extrempunkte gibt, und die Wertemenge angeben
- 😞 😊 😊 bei eingeschränkter Definitionsmenge $[a; b]$ die Randextrempunkte bestimmen und mit den relativen Extrempunkten vergleichen

STELLEN STÄRKSTER ZU- UND ABNAHME IM SACHZUSAMMENHANG

- 😞 😊 😊 Stellen stärkster Zu- bzw. Abnahme als Extremstellen von f' (Wendestellen von G_f) bestimmen und Randwerte beachten
- 😞 😊 😊 Bereiche positiver und negativer lokaler Änderungsrate angeben und an einer Skizze erläutern
- 😞 😊 😊 die Krümmung von G_f als Monotonie von $G_{f'}$ beschreiben

FUNKTIONSTERM AUS BEDINGUNGEN (GLEICHUNGSSYSTEM)

- 😞 😊 😊 einen allgemeinen Funktionsterm (Grad 2 bis 4) ansetzen, ableiten und Symmetrie nutzen, um Unbekannte zu sparen
- 😞 😊 😊 Angaben in Bedingungsgleichungen übersetzen: Punkt, Nullstelle (auch doppelt), Extrempunkt, Tangentensteigung, Wendepunkt, Wendetangente, Terrassenpunkt
- 😞 😊 😊 prüfen, welche Bedingungsgleichungen zu einem abgebildeten Graphen passen **OHNE HILFSMITTEL**
- 😞 😊 😊 das lineare Gleichungssystem lösen (Einsetzungs-, Gleichsetzungs-, Additionsverfahren) und mit einer Probe kontrollieren

OPTIMIERUNGSAUFGABEN MIT RANDEXTREMA

- 😞 😊 😊 eine Skizze anfertigen und Haupt- und Nebenbedingung aufstellen
- 😞 😊 😊 die Zielfunktion herleiten bzw. nachweisen („Zeigen Sie, dass ...“) und eine sinnvolle Definitionsmenge begründen
- 😞 😊 😊 das absolute Extremum in der Definitionsmenge bestimmen, Randextrema beachten und einen Antwortsatz formulieren
- 😞 😊 😊 den Graphen der Zielfunktion zeichnen und im Sachzusammenhang erläutern

GRAPHEN VON f , f' UND STAMMFUNKTION IM ZUSAMMENHANG

- 😞 😊 😊 aus dem Graphen von f den Graphen von f' skizzieren (Nullstellen, Vorzeichen, Extrema) **OHNE HILFSMITTEL**
- 😞 😊 😊 aus dem Graphen von f' Monotonie, Extremstellen, Krümmung und Wendestellen von f ablesen und G_f skizzieren **OHNE HILFSMITTEL**
- 😞 😊 😊 Terrassenstelle als Nullstelle von f' ohne Vorzeichenwechsel erkennen
- 😞 😊 😊 die Graphen von f , f' und einer Stammfunktion F einander begründet zuordnen **OHNE HILFSMITTEL**

STAMMFUNKTIONEN GANZRATIONALER FUNKTIONEN

- 😞 😊 😊 aus dem Funktionsterm die Terme der Stammfunktionen angeben **OHNE HILFSMITTEL**

2 Exponentialfunktion und Logarithmus ca. 20 Std.

EXPONENTIALFUNKTION: EIGENSCHAFTEN, ASYMPTOTE

- 😞 😊 😊 Wachstum und Zerfall mit $f(x) = a \cdot b^x$ beschreiben (a Anfangswert, b Wachstums- oder Zerfallsfaktor) **OHNE HILFSMITTEL**

- ☹️ 😊 😊 die natürliche Exponentialfunktion und ihre Besonderheit $(e^x)' = e^x$ kennen OHNE HILFSMITTEL
- ☹️ 😊 😊 Graphen von Exponentialfunktionen skizzieren und die waagrechte Asymptote angeben OHNE HILFSMITTEL

EINFLUSS DER PARAMETER, TERM AUS DEM GRAPHEN

- ☹️ 😊 😊 den Einfluss von a , c , d und y_0 in $a \cdot e^{c(x-d)} + y_0$ beschreiben (Streckung, Spiegelung, Verschiebung, Asymptote) OHNE HILFSMITTEL
- ☹️ 😊 😊 Terme und Graphen einander begründet zuordnen OHNE HILFSMITTEL
- ☹️ 😊 😊 aus Eigenschaften (Verschiebung, Spiegelung, Asymptote) einen passenden Term angeben OHNE HILFSMITTEL

WACHSTUM UND ZERFALL, ZINSEN (MODELLE)

- ☹️ 😊 😊 lineares und exponentielles Wachstum unterscheiden und Prozentangaben in Wachstumsfaktoren umrechnen (Zinseszins) OHNE HILFSMITTEL
- ☹️ 😊 😊 die Parameter von $f(t) = a \cdot e^{ct} + y_0$ aus Messwerten bestimmen (z. B. Abkühlung auf Umgebungstemperatur)
- ☹️ 😊 😊 Zeitpunkte für Zielwerte berechnen und Grenzen eines Modells benennen

LOGARITHMUS, EXPONENTIALGLEICHUNGEN

- ☹️ 😊 😊 den Logarithmus erklären ($x = \log_b y \Leftrightarrow b^x = y$) und mit $\ln$ rechnen
- ☹️ 😊 😊 die Logarithmusgesetze anwenden und $b^x = e^{\ln(b) \cdot x}$ umschreiben
- ☹️ 😊 😊 Exponentialgleichungen lösen (nach $e^{\dots}$ umstellen, logarithmieren)
- ☹️ 😊 😊 Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte zweier Exponentialfunktionen berechnen und Asymptoten begründen

3 Kurvendiskussion von Funktionen, die aus Verknüpfung von Exponentialfunktionen mit linearen und quadratischen Funktionen hervorgehen ca. 20 Std.

PRODUKT- UND KETTENREGEL

- ☹️ 😊 😊 Summen, Produkte und Quotienten von Funktionen bilden (Definitionsmenge beim Quotienten)
- ☹️ 😊 😊 mit der Produktregel ableiten und das Ergebnis faktorisieren
- ☹️ 😊 😊 innere und äußere Funktion angeben und mit der Kettenregel ableiten
- ☹️ 😊 😊 Ketten- und Produktregel kombinieren und die verwendeten Regeln benennen

KURVENDISKUSSION VON $f(x) \cdot e^{g(x)} + y_0$

- ☹️ 😊 😊 Nullstellen von Produkten mit e -Faktor bestimmen (Satz vom Nullprodukt, $e^{\dots} > 0$)
- ☹️ 😊 😊 das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ begründen („die e -Funktion setzt sich durch“)
- ☹️ 😊 😊 Vorzeichentabellen zu f' und f'' aufstellen und daraus Monotonie, Extrem- und Wendepunkte bestimmen
- ☹️ 😊 😊 den Graphen aus Grenzverhalten, Nullstellen und Extrempunkten zeichnen

ANWENDUNGSAUFGABEN MIT EXPONENTIALFUNKTIONEN

- ☹️ 😊 😊 die Stelle größter momentaner Zu- oder Abnahme und ihren Wert bestimmen
- ☹️ 😊 😊 Anfangswert, Maximum und langfristiges Verhalten im Sachzusammenhang deuten und den Verlauf beschreiben (progressiv, degressiv)

4 Integralrechnung ca. 14 Std.

STAMMFUNKTION NACHWEISEN

- ☹️ 😊 😊 erklären, was eine Stammfunktion ist ($F' = f$, Integrationskonstante, unbestimmtes Integral) OHNE HILFSMITTEL
- ☹️ 😊 😊 durch Ableiten nachweisen, dass F eine Stammfunktion von f ist OHNE HILFSMITTEL

STAMMFUNKTIONEN (GANZRATIONAL, EXPONENTIELL)

- ☹️ 😊 😊 unbestimmte Integrale mit Potenz-, Faktor- und Summenregel integralfrei angeben OHNE HILFSMITTEL
- ☹️ 😊 😊 $\int e^{mx+n} dx = \frac{1}{m} e^{mx+n} + C$ anwenden OHNE HILFSMITTEL
- ☹️ 😊 😊 die Stammfunktion bestimmen, deren Graph durch einen gegebenen Punkt verläuft

BESTIMMTES INTEGRAL, FLÄCHENBILANZ

- ☹️ 😊 😊 bestimmte Integrale mit $[F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ berechnen
- ☹️ 😊 😊 Flächenbilanz und Flächeninhalt unterscheiden; Grenzen vertauschen und Intervalle zerlegen
- ☹️ 😊 😊 Integrationsgrenzen zu einer Flächenbilanz von null an einer Abbildung abschätzen

FLÄCHENINHALTE ZWISCHEN GRAPH UND ACHSE BZW. ZWEI GRAPHEN

- ☹️ 😊 😊 Flächen zwischen Graph und x-Achse berechnen (Nullstellen als Grenzen, Teilflächen einzeln, Symmetrie nutzen)
- ☹️ 😊 😊 Flächen zwischen zwei Graphen mit der Differenzfunktion berechnen, bei mehreren Schnittstellen abschnittsweise
- ☹️ 😊 😊 Flächen in Anwendungen nutzen (Grundfläche, Volumen aus Querschnittsfläche mal Länge)

5 Bernoulli-Ketten ca. 6 Std.

BERNOULLI-EXPERIMENT UND -KETTE, n UND p

- ☹️ 😊 😊 beurteilen, ob ein Vorgang eine Bernoulli-Kette ist, und Kettenlänge n und Trefferwahrscheinlichkeit p angeben
OHNE HILFSMITTEL
- ☹️ 😊 😊 zu einem gegebenen Term ein passendes Experiment und Ereignis formulieren OHNE HILFSMITTEL

WAHRSCHEINLICHKEITEN BEI BERNOULLI-KETTEN, „MINDESTENS EINMAL“

- ☹️ 😊 😊 die Bernoulli-Formel $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$ anwenden
- ☹️ 😊 😊 „höchstens“, „mindestens“, „mehr als ...“ und „weniger als ...“ berechnen, auch über das Gegenereignis oder durch Umdeuten von Treffer und Niete
- ☹️ 😊 😊 Wahrscheinlichkeiten bestimmter Anordnungen berechnen (genau k nacheinander, abwechselnd) – Pfadregeln und Abzählen
- ☹️ 😊 😊 eine Mindestanzahl aus einer Wahrscheinlichkeitsbedingung bestimmen

6 Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung ca. 14 Std.

ZUFALLSGRÖSSE, WAHRSCHEINLICHKEITSVERTEILUNG, STABDIAGRAMM

- ☹️ 😊 😊 Zufallsgröße und Zufallswerte erklären und die Wahrscheinlichkeitsverteilung als Tabelle angeben
- ☹️ 😊 😊 die Verteilung als Stabdiagramm oder Histogramm darstellen
- ☹️ 😊 😊 fehlende Werte einer Verteilung aus Bedingungen bestimmen (Summe 1, Erwartungswert)

ERWARTUNGSWERT, VARIANZ, STANDARDABWEICHUNG

- ☹️ 😊 😊 den Erwartungswert berechnen und deuten
- ☹️ 😊 😊 Varianz (auch mit der Verschiebungsformel $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$) und Standardabweichung berechnen

FAIRES SPIEL

- ☹️ 😊 😊 entscheiden, ob ein Spiel fair, günstig oder ungünstig ist, und den Einsatz für ein faires Spiel bestimmen

BINOMIALVERTEILUNG, TAFELWERK, μ UND σ

- ☹️ 😊 😊 entscheiden, ob eine Zufallsgröße binomialverteilt ist
- ☹️ 😊 😊 $P(X = k)$, $P(X \leq k)$, $P(X \geq k)$ und $P(a \leq X \leq b)$ mit Formel und Tafelwerk berechnen
- ☹️ 😊 😊 $\mu = n \cdot p$ und $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$ berechnen und p aus einer gegebenen Standardabweichung bestimmen
- ☹️ 😊 😊 die Mindestlänge n für „mindestens ein Treffer mit mindestens 95 %“ bestimmen

σ -UMGEBUNGEN

- ☹️ 😊 😊 die Wahrscheinlichkeit für Werte in bzw. außerhalb der σ -Umgebung um μ berechnen und im Diagramm zeigen

7 Testen von Hypothesen ca. 8 Std.

HYPOTHESEN UND TESTGRÖSSE

- ☹️ 😊 😊 Nullhypothese und Gegenhypothese im Sachzusammenhang formulieren und die Testgröße mit n und p angeben
- ☹️ 😊 😊 zwischen links- und rechtsseitigem Test unterscheiden

ANNAHME- UND ABLEHNUNGSBEREICH (EINSEITIGER TEST)

-    zu einem Signifikanzniveau den größtmöglichen Ablehnungsbereich bestimmen (kritische Zahl, Tafelwerk)
-    für ein Stichprobenergebnis entscheiden und die Entscheidung im Sachzusammenhang formulieren
-    beurteilen, wie ein anderes Signifikanzniveau die Entscheidung verändert

FEHLER 1. UND 2. ART, RISIKEN

-    Fehler 1. und 2. Art im Sachzusammenhang beschreiben
-    die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art und – bei bekanntem p – des Fehlers 2. Art berechnen