

## - Lösungshinweise -

**Musterprüfung Nr. 002 zum Fachabitur**  
 zum Erwerb der Fachhochschulreife  
 an Fachoberschulen und Berufsoberschulen

# Mathematik

## Nichttechnische Ausbildungsrichtungen

**Notenschlüssel:**

| Note | Punkte | Bewertungseinheiten |     |
|------|--------|---------------------|-----|
|      |        | von                 | bis |
| +    | 15     | 100                 | 96  |
| 1    | 14     | 95                  | 91  |
| –    | 13     | 90                  | 86  |
| +    | 12     | 85                  | 81  |
| 2    | 11     | 80                  | 76  |
| –    | 10     | 75                  | 71  |
| +    | 9      | 70                  | 66  |
| 3    | 8      | 65                  | 61  |
| –    | 7      | 60                  | 56  |
| +    | 6      | 55                  | 51  |
| 4    | 5      | 50                  | 46  |
| –    | 4      | 45                  | 41  |
| +    | 3      | 40                  | 34  |
| 5    | 2      | 33                  | 27  |
| –    | 1      | 26                  | 20  |
| 6    | 0      | 19                  | 0   |

Ergibt die Gesamtsumme der Bewertungseinheiten **n,5**,  
 so wird einmalig zugunsten des Prüflings aufgerundet.

| BE | - LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 1 - A -                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3  | <b>1.1</b> $f(x) = x^2(3 - x)$                                                                                                                                                                | $x_{1;2} = 0$ (doppelte Nullstelle); $x_3 = 3$ (einfache Nullstelle)<br>Leitkoeffizient negativ, Grad 3: $f(x) \rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow -\infty$ ; $f(x) \rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow +\infty$                                                                           |
| 4  | <b>1.2</b> $f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x - 2)$ ; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ oder $x = 2$                                                                                                     | Vorzeichen von $f'$ : $-$ für $x < 0$ , $+$ für $0 < x < 2$ , $-$ für $x > 2$ ; lokales Minimum<br>$f(0) = 0$ , lokales Maximum $f(2) = 4$<br>Randwerte: $f(-1) = 1 + 3 = 4$ , $f(3) = 0$<br>Der kleinste Funktionswert auf $[-1; 3]$ ist 0, der größte 4; da $f^*$ stetig ist: $W_{f^*} = [0; 4]$ |
| 3  | <b>1.3</b> $f(1) = -1 + 3 = 2$ : Wendepunkt $W(1   2)$ ; $f'(1) = -3 + 6 = 3$                                                                                                                 | Tangente: $y = 3(x - 1) + 2$ , also $y = 3x - 1$                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 4  | <b>2</b> Graph III ist eine Gerade, gehört also zu einer Funktion vom Grad 1; die Ableitung $g'$ hat einen um 1 kleineren Grad als $g$ und $G$ einen um 1 größeren Grad: III gehört zu $g'$ . | Graph II hat an den Stellen $x = -2$ und $x = 2$ Nullstellen mit Vorzeichenwechsel; genau dort hat Graph I einen Hochpunkt bzw. Tiefpunkt. Also ist II der Graph der Ableitung von I: II gehört zu $g$ , I gehört zu $G$ .                                                                         |
|    |                                                                                                                                                                                               | Kontrolle: Der Tiefpunkt von II liegt an der Stelle $x = 0$ , dort hat III (die Ableitung von II) eine Nullstelle.                                                                                                                                                                                 |
|    |                                                                                                                                                                                               | <i>Bewertung:</i> 1 BE für $g'$ mit Begründung, 2 BE für die Zuordnung von $g$ und $G$ mit Begründung über Extrem- und Nullstellen, 1 BE für fachsprachlich korrekte Begründung (Nullstelle von $g$ als Stelle, Hoch- und Tiefpunkt des Graphen von $G$ als Punkt).                                |
| 2  | <b>3.1</b> $g(0) = 3 - 1 = 2$ : Schnittpunkt mit der $y$ -Achse $S_y(0   2)$                                                                                                                  | $g(x) = 0 \Rightarrow e^{0,5x} = 3 \Rightarrow 0,5x = \ln(3) \Rightarrow x = 2 \ln(3)$ : Schnittpunkt mit der $x$ -Achse<br>$S_x(2 \ln(3)   0)$                                                                                                                                                    |
| 3  | <b>3.2</b> $x \mapsto e^{0,5x}$ : Streckung des Graphen von $x \mapsto e^x$ in $x$ -Richtung mit dem Faktor 2;                                                                                | $x \mapsto -e^{0,5x}$ : Spiegelung an der $x$ -Achse;<br>$x \mapsto 3 - e^{0,5x}$ : Verschiebung um 3 in positive $y$ -Richtung.                                                                                                                                                                   |
| 3  | <b>3.3</b> Stammfunktion: $3x - 2e^{0,5x}$                                                                                                                                                    | $\int_0^{2 \ln(3)} g(x) dx = [3x - 2e^{0,5x}]_0^{2 \ln(3)} = 6 \ln(3) - 2 \cdot 3 - (0 - 2) = 6 \ln(3) - 4$                                                                                                                                                                                        |
| 22 |                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

| BE | - LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 1 - S - |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2  | <b>1.1</b>                        | Für den ersten Ring gibt es 10 Möglichkeiten, für den zweiten 9, für den dritten 8, für den vierten 7:<br>$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 2  | <b>1.2</b>                        | Insgesamt gibt es $10^4 = 10\,000$ gleich wahrscheinliche Codes (Laplace-Experiment):<br>$P = \frac{5040}{10\,000} = 0,504$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 2  | <b>2.1</b>                        | $P(S \cup V) = P(S) + P(V) - P(S \cap V) = 0,7 + 0,4 - 0,25 = 0,85$<br>$P(\bar{S} \cap \bar{V}) = 1 - P(S \cup V) = 0,15$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 2  | <b>2.2</b>                        | $P(S) \cdot P(V) = 0,7 \cdot 0,4 = 0,28 \neq 0,25 = P(S \cap V)$<br>Die Ereignisse $S$ und $V$ sind stochastisch abhängig.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 2  | <b>3.1</b>                        | $P(X = 0) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = 0,3$ ; $P(X = 1) = 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = 0,6$ ; $P(X = 2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,1$<br>$E(X) = 0 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,1 = 0,8$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 2  | <b>3.2</b>                        | Die Behauptung trifft nicht zu.<br>Mit Zurücklegen ist jeder Zug mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{5}$ rot, im Mittel erhält man $2 \cdot \frac{2}{5}$ rote Murmeln. Ohne Zurücklegen ist jeder einzelne Zug für sich betrachtet ebenfalls mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{5}$ rot (jede Murmel kann mit gleicher Wahrscheinlichkeit an jeder Stelle gezogen werden); der Erwartungswert bleibt also gleich. Es ändert sich nur die Verteilung (mit Zurücklegen sind zwei rote und keine rote Murmel wahrscheinlicher).<br><br><i>Bewertung:</i> 1 BE für die richtige Entscheidung, 1 BE für eine schlüssige Begründung ohne Rechnung; eine Rechnung mit $B(2; 0,4)$ als Kontrolle ist zulässig. |
| 12 |                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

BE

## - LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 2 - A I -

2 **1.1**  $r(2) = 0,05 \cdot 2 \cdot (-4) \cdot (-10) = 4$

Um 8:00 Uhr nimmt das Wasservolumen in der Zisterne momentan um  $4 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$  zu.

5 **1.2**  $\dot{r}(t) = 0,15t^2 - 1,8t + 3,6 = 0,15(t^2 - 12t + 24)$

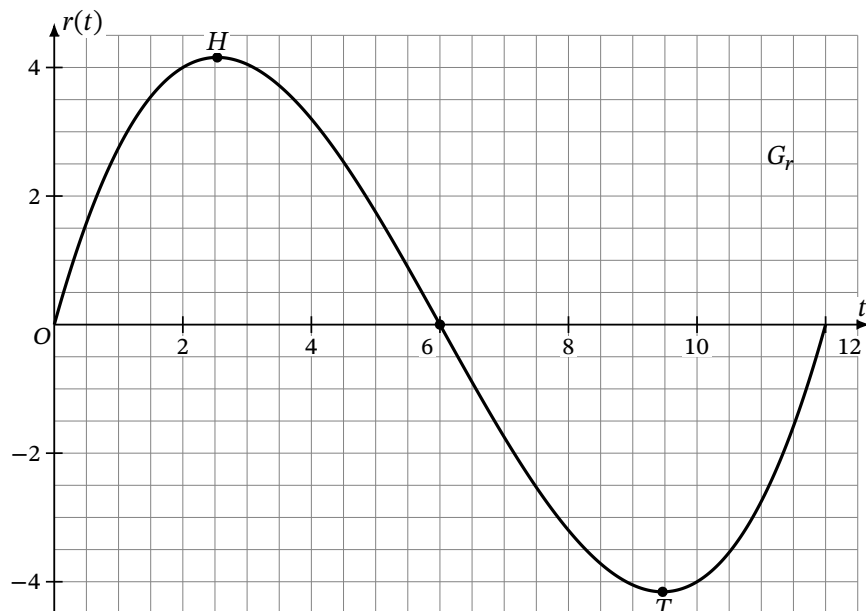
$\dot{r}(t) = 0 \Rightarrow t = 6 \pm 2\sqrt{3}$ , also  $t_1 \approx 2,54 \in [0; 6]$  ( $t_2 \approx 9,46 \notin [0; 6]$ )

$\dot{r}$  wechselt bei  $t_1$  das Vorzeichen von  $+$  nach  $-$  (Parabel nach oben geöffnet,  $t_1$  kleinere Nullstelle): lokales Maximum; Randwerte  $r(0) = r(6) = 0$ , also absolutes Maximum auf  $[0; 6]$ .

$r(2,54) \approx 4,16$ : Gegen 8:32 Uhr nimmt das Volumen am stärksten zu, mit etwa  $4,16 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ .

4 **1.3**

|        |   |   |     |   |      |    |    |
|--------|---|---|-----|---|------|----|----|
| $t$    | 0 | 2 | 4   | 6 | 8    | 10 | 12 |
| $r(t)$ | 0 | 4 | 3,2 | 0 | -3,2 | -4 | 0  |



4 **1.4**  $\int_0^6 r(t) dt = [0,0125t^4 - 0,3t^3 + 1,8t^2]_0^6 = 16,2 - 64,8 + 64,8 = 16,2$

In den ersten sechs Stunden nimmt das Wasservolumen um  $16,2 \text{ m}^3$  zu.

3 **1.5** Für  $0 < t < 6$  ist  $r(t) > 0$  (Volumen nimmt zu), für  $6 < t < 12$  ist  $r(t) < 0$  (Volumen nimmt ab). Das größte Volumen wird also um 12:00 Uhr ( $t = 6$ ) erreicht:

$5 + 16,2 = 21,2 < 22$ : Die Zisterne läuft an diesem Tag nicht über.

3 **1.6** Die Behauptung trifft nicht zu. Zum Zeitpunkt  $t \approx 2,54$  ist die Änderungsrate am größten, das Volumen nimmt also am schnellsten zu. Da  $r(t)$  bis  $t = 6$  positiv bleibt, nimmt das Volumen danach weiter zu (nur langsamer). Am meisten Wasser ist um 12:00 Uhr in der Zisterne, wo  $r$  das Vorzeichen von  $+$  nach  $-$  wechselt.

*Bewertung:* volle BE nur bei Unterscheidung von Änderungsrate (Steigung des Bestands) und Bestand und Angabe des richtigen Zeitpunkts mit Begründung über den Vorzeichenwechsel von  $r$ .

**Fortsetzung siehe nächste Seite**

BE

**- LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 2 - A I - (Fortsetzung)**

- 3 **1.7**  $G_r$  ist punktsymmetrisch zum Punkt  $(6 | 0)$  (z. B. aus der Zeichnung oder wegen  $r(12 - t) = -r(t)$ ). Das Flächenstück zwischen  $G_r$  und der  $t$ -Achse über  $[6; 12]$  ist daher genauso groß wie das über  $[0; 6]$ , liegt aber unterhalb der Achse.
- Die Abnahme von 12:00 bis 18:00 Uhr ist also genauso groß wie die Zunahme von 6:00 bis 12:00 Uhr ( $16,2 \text{ m}^3$ ); um 18:00 Uhr befinden sich wieder  $5 \text{ m}^3$  in der Zisterne.

Bewertung: 1 BE Symmetrie, 1 BE Flächenbilanz null, 1 BE Antwort im Sachzusammenhang.

- 3 **2.1**  $e^{-x} > 0$  für alle  $x$ :  $k(x) = 0 \iff (x + 1)^2 = 0 \iff x = -1$  (doppelte Nullstelle)  
 $x \rightarrow +\infty$ :  $e^{-x} \rightarrow 0$  „setzt sich durch“,  $k(x) \rightarrow 0$ ;  $x \rightarrow -\infty$ :  $(x + 1)^2 \rightarrow +\infty$  und  $e^{-x} \rightarrow +\infty$ , also  $k(x) \rightarrow +\infty$

- 6 **2.2**  $k'(x) = 2(x + 1) \cdot e^{-x} + (x + 1)^2 \cdot (-e^{-x}) = (x + 1)(1 - x) \cdot e^{-x} = (1 - x^2) \cdot e^{-x}$   
 $k'(x) = 0 \Rightarrow x = -1$  oder  $x = 1$

Vorzeichen von  $k'$ :  $-$  für  $x < -1$ ,  $+$  für  $-1 < x < 1$ ,  $-$  für  $x > 1$

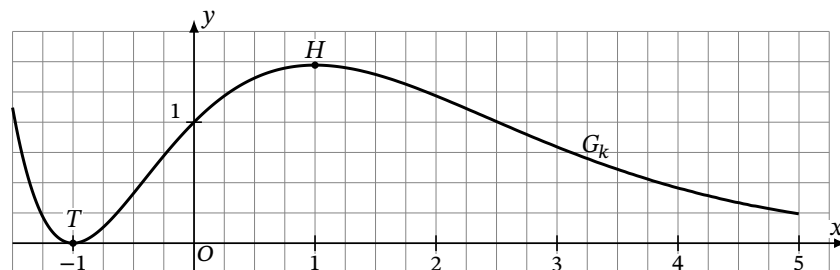
$\Rightarrow$  Tiefpunkt  $T(-1 | 0)$ , Hochpunkt  $H(1 | 4e^{-1}) \approx H(1 | 1,47)$

- 3 **2.3**  $k(x) \geq 0$  für alle  $x$ , da  $(x + 1)^2 \geq 0$  und  $e^{-x} > 0$ ; der Wert 0 wird im Tiefpunkt angenommen.

Für  $x \rightarrow -\infty$  wachsen die Funktionswerte über alle Grenzen; da  $k$  stetig ist, gilt  $W_k = [0; \infty[$ .

- 4 **2.4**

| $x$    | -1,5 | -0,5 | 0 | 2    | 3    | 4    | 5    |
|--------|------|------|---|------|------|------|------|
| $k(x)$ | 1,12 | 0,41 | 1 | 1,22 | 0,80 | 0,46 | 0,24 |

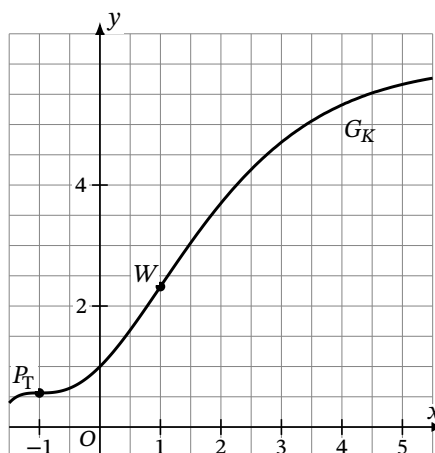


Fortsetzung siehe nächste Seite

BE

## - LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 2 - A I - (Fortsetzung)

- 3 2.5 Wegen  $K' = k \geq 0$  ist  $K$  monoton steigend. An der Stelle  $x = -1$  ist  $k(-1) = 0$  ohne Vorzeichenwechsel:  $G_K$  hat dort einen Terrassenpunkt. An der Stelle  $x = 1$  hat  $k$  ein Maximum:  $G_K$  hat dort einen Wendepunkt (größte Steigung). Für  $x \rightarrow \infty$  geht  $k(x) \rightarrow 0$ :  $G_K$  verläuft zunehmend flacher.



Bewertung: 1 BE Monotonie, 1 BE Terrassenpunkt bei  $-1$ , 1 BE Wendepunkt bei  $1$ ; jede Verschiebung in  $y$ -Richtung ist richtig.

43

| BE | - LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 2 - A II - |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3  | <b>1.1</b>                           | $A(2) = 9 \Rightarrow 4e^{2k} = 9 \Rightarrow e^{2k} = 2,25 \Rightarrow k = \frac{1}{2} \ln(2,25) \approx 0,41$                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 4  | <b>1.2</b>                           | Gerade durch $(0   4)$ und $(2   9)$ : Steigung $\frac{9-4}{2} = 2,5$ , $L(t) = 4 + 2,5t$<br>$L(4) = 14$ ; $A(4) = 4e^{1,6} \approx 19,8$<br>Abweichung vom Messwert 19: linear 5, exponentiell 0,8 – das Modell $A$ beschreibt den Messwert deutlich besser.                                                                                                                           |
| 3  | <b>1.3</b>                           | $4e^{0,4t} = 150 \Rightarrow e^{0,4t} = 37,5 \Rightarrow t = \frac{\ln(37,5)}{0,4} \approx 9,1$<br>Nach etwa 9,1 Wochen wäre der Teich vollständig bedeckt.                                                                                                                                                                                                                             |
| 3  | <b>1.4</b>                           | $\dot{A}(t) = 1,6 \cdot e^{0,4t}$ ; $\dot{A}(5) = 1,6e^2 \approx 11,8$<br>Nach fünf Wochen nimmt die bedeckte Fläche momentan um etwa $11,8 \text{ m}^2$ pro Woche zu.                                                                                                                                                                                                                  |
| 3  | <b>1.5</b>                           | Neues Modell: $8e^{0,4t} = 4e^{0,4t + \ln(2)}$ ; die bedeckte Fläche ist immer schon so groß wie im alten Modell $\frac{\ln(2)}{0,4}$ Wochen später.<br>Zeitgewinn: $\frac{\ln(2)}{0,4} \approx 1,7$ Wochen (oder: $8e^{0,4t} = 150 \Rightarrow t \approx 7,3$ ; $9,1 - 7,3$ )<br>Bewertung: jeder schlüssige Weg erhält volle BE (Verschiebung, neue Gleichung oder Verdopplungszeit). |
| 2  | <b>1.6</b>                           | Nach dem Modell wächst die bedeckte Fläche unbegrenzt; der Teich hat aber nur $150 \text{ m}^2$ . Je mehr Fläche bedeckt ist, desto weniger Platz (und Nährstoffe) bleibt, das Wachstum verlangsamt sich. Das Modell ist nur für die Anfangsphase geeignet.                                                                                                                             |
| 3  | <b>2.1</b>                           | Boden: Länge $48 - 2x$ , Breite $30 - 2x$ ; Höhe $x$ :<br>$V(x) = x(48 - 2x)(30 - 2x) = x(1440 - 156x + 4x^2) = 4x^3 - 156x^2 + 1440x$<br>Sinnvoll: $x > 0$ und $30 - 2x > 0$ , also $D_V = ]0; 15[$                                                                                                                                                                                    |
| 5  | <b>2.2</b>                           | $V'(x) = 12x^2 - 312x + 1440 = 12(x^2 - 26x + 120) = 12(x - 6)(x - 20)$<br>$V'(x) = 0 \Rightarrow x = 6$ ( $x = 20 \notin D_V$ ); $V'$ wechselt bei $x = 6$ das Vorzeichen von $+$ nach $-$ : Maximum (an den Rändern geht $V$ gegen 0)<br>$V(6) = 6 \cdot 36 \cdot 18 = 3888$ : Die Schale ist 36 cm lang, 18 cm breit, 6 cm hoch und fasst $3888 \text{ cm}^3$ (etwa 3,9 Liter).      |
| 4  | <b>2.3</b>                           | Höhe höchstens 5 cm: $0 < x \leq 5$<br>Für $0 < x < 6$ ist $V'(x) > 0$ , $V$ ist also auf $]0; 5]$ streng monoton steigend; das größte Volumen ergibt sich am Rand $x = 5$ :<br>$V(5) = 5 \cdot 38 \cdot 20 = 3800$ , also $3800 \text{ cm}^3$ .<br>Bewertung: 1 BE nur bei begründeter Monotonie (nicht nur Einsetzen von $x = 5$ ).                                                   |
| 2  | <b>3.1</b>                           | $b(x) = 0 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm 8$ : Spannweite 16 m; $b(0) = 4$ : größte Höhe 4 m                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 2  | <b>3.2</b>                           | $b'(x) = -\frac{1}{8}x$ ; $b'(8) = -1$ : $\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

Fortsetzung siehe nächste Seite

BE

## - LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 2 - A II - (Fortsetzung)

- 3 **3.3** Wegen der Symmetrie zur y-Achse gilt für den Flächeninhalt:

$$A = 2 \int_0^8 \left( -\frac{1}{16}x^2 + 4 \right) dx = 2 \left[ -\frac{1}{48}x^3 + 4x \right]_0^8 = 2 \cdot \left( -\frac{512}{48} + 32 \right) = \frac{128}{3} \approx 42,7$$

Der Flächeninhalt beträgt etwa 42,7 m<sup>2</sup>.

- 3 **3.4**  $b(x) \geq 3 \iff -\frac{1}{16}x^2 \geq -1 \iff x^2 \leq 16 \iff -4 \leq x \leq 4$

Der Bogen ist auf einer Breite von 8 m mindestens 3 m hoch.

- 3 **3.5** Halbe Höhe:  $b(x) = 2 \Rightarrow x^2 = 32 \Rightarrow x = \pm 4\sqrt{2}$ ; Breite  $8\sqrt{2} \approx 11,3$  (in m)

Die Schätzung trifft nicht zu: In halber Höhe ist der Bogen noch etwa 11,3 m breit, nicht 8 m. Der Bogen wird zum Scheitel hin immer schneller schmaler (quadratischer, nicht linearer Zusammenhang).

43

| BE | - LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 2 - S I -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2  | <b>1.1</b> $\Omega = \{ZZZ; ZZN; ZNZ; NZZ; ZNN; NZN; NNZ; NNN\};  \Omega  = 8$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 2  | <b>1.2</b> $0,8^3$ : alle drei Pakete werden zugestellt; $3 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2$ : genau zwei werden zugestellt.<br>Ereignis: „Mindestens zwei der drei Pakete werden beim ersten Versuch zugestellt.“                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 3  | <b>1.3</b> $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ : „Weder das erste noch das dritte Paket wird beim ersten Versuch zugestellt.“<br>$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 3  | <b>2.1</b> $X$ ist binomialverteilt mit $n = 20$ , $p = 0,2$ .<br>$P(E_1) = P(X = 4) = B(20; 0,2; 4) = 0,21820$<br>$P(E_2) = P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0,80421 = 0,19579$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 2  | <b>2.2</b> $E(X) = n \cdot p = 20 \cdot 0,2 = 4$ ; zu erwartende Kosten: $4 \cdot 3 \text{ €} = 12 \text{ €}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 4  | <b>3.1</b> Testgröße $X$ : Anzahl der nicht beim ersten Versuch zugestellten Pakete unter 100;<br>$X \sim B(100; p)$<br>$H_0: p \geq 0,2; \quad H_1: p < 0,2; \quad \text{Ablehnungsbereich } \bar{A} = \{0; 1; \dots; k\}$<br>$P_{0,2}(X \leq k) \leq 0,05$ : Tafelwerk $P(X \leq 13) = 0,04691$ , $P(X \leq 14) = 0,08044 \Rightarrow k = 13$<br>Entscheidungsregel: Können höchstens 13 der 100 Pakete nicht beim ersten Versuch zugestellt werden, wird $H_0$ abgelehnt und die Vermutung des Paketdienstes als gestützt angesehen; sonst nicht. |
| 2  | <b>3.2</b> Fehler 2. Art: $H_0$ wird beibehalten, obwohl $p = 0,1$ gilt:<br>$P_{0,1}(X \geq 14) = 1 - P_{0,1}(X \leq 13) = 1 - 0,87612 = 0,12388$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 2  | <b>4.1</b> $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 95040$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 3  | <b>4.2</b> Günstig: alle fünf Pakete in den Fächern 2 bis 12: $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 55440$<br>$P = \frac{55440}{95040} = \frac{7}{12} \approx 0,583$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 23 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

BE

**- LÖSUNGSHINWEISE ZU TEIL 2 - S II -**

- 4 **1.1** Wegen der Unabhängigkeit gilt z. B.  $P(A \cap R) = 0,43 \cdot 0,85 = 0,3655$ :

|           | $R$    | $\bar{R}$ | $\Sigma$ |
|-----------|--------|-----------|----------|
| $A$       | 0,3655 | 0,0645    | 0,43     |
| $\bar{A}$ | 0,4845 | 0,0855    | 0,57     |
| $\Sigma$  | 0,85   | 0,15      | 1        |

- 2 **1.2**  $P_R(A) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A) \cdot P(R)}{P(R)} = P(A) = 0,43$

Weil Blutgruppe und Rhesusfaktor unabhängig sind, ist der Anteil der Blutgruppe A in jeder Rhesus-Gruppe gleich groß.

- 4 **2** 50 Spender, jeweils Treffer „Rhesus-negativ“ mit  $p = 0,15$ ; bei einer großen Kartei ist die Auswahl annähernd unabhängig und  $p$  konstant:  $X \sim B(50; 0,15)$   
 $\mu = 50 \cdot 0,15 = 7,5$ ;  $\sigma = \sqrt{50 \cdot 0,15 \cdot 0,85} \approx 2,52$ ;  $[\mu - \sigma; \mu + \sigma] \approx [4,98; 10,02]$   
 $P(5 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 4) = 0,88008 - 0,11211 \approx 0,7680$

- 5 **3**  $Y = 1$ : der erste Spender ist Rhesus-negativ;  $Y = 2$ : erst der zweite;  $Y = 3$ : die ersten beiden sind Rhesus-positiv (der dritte Anruf erfolgt in jedem Fall).

| $y$        | 1    | 2                          | 3                 |
|------------|------|----------------------------|-------------------|
| $P(Y = y)$ | 0,15 | $0,85 \cdot 0,15 = 0,1275$ | $0,85^2 = 0,7225$ |

$$E(Y) = 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,1275 + 3 \cdot 0,7225 = 2,5725$$

Bei vielen solchen Notfällen sind im Mittel etwa 2,6 Anrufe nötig.

- 4 **4.1**  $P(T) = 0,15 \cdot 0,98 + 0,85 \cdot 0,01 = 0,147 + 0,0085 = 0,1555$   
 $P_T(\bar{R}) = \frac{0,147}{0,1555} \approx 0,945$

- 4 **4.2** Die Aussage trifft nicht zu: 98 % ist  $P_{\bar{R}}(T)$  (Anteil der „negativ“-Ergebnisse unter den Rhesus-negativen Proben), gefragt ist aber  $P_T(\bar{R}) \approx 94,5\%$  – Ereignis und Bedingung wurden vertauscht.

Ursache: Weil nur 15 % der Spender Rhesus-negativ sind, fallen die wenigen Fehlanzeigen bei den vielen Rhesus-positiven Spendern ins Gewicht. Etwa jede 18. „negativ“-Anzeige ist falsch; da Rhesus-positives Blut für Rhesus-negative Empfänger gefährlich sein kann, sollte das Ergebnis durch einen Labortest bestätigt werden.

*Bewertung:* 1 BE Vergleich der beiden bedingten Wahrscheinlichkeiten, 1 BE Benennung des Denkfehlers, 1 BE Ursache (kleiner Anteil), 1 BE begründetes Urteil im Sachzusammenhang.

23