

2. Schulaufgabe aus dem Fach Mathematik (11NT)

Lösungshinweise

Themen: Kombinatorik: Produktregel, Anordnungen, Auswahlen mit und ohne Beachtung der Reihenfolge, Laplace-Wahrscheinlichkeiten, Handlungsempfehlungen – Kontext Bauernhof

Notenschlüssel (Vorschlag: Prozentgrenzen wie Fachabitur, 51 Bewertungseinheiten):

Note	1+	1	1–	2+	2	2–	3+	3	3–	4+	4	4–	5+	5	5–	6
Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE ab	49	46,5	44	41,5	39	36,5	34	31,5	29	26,5	23,5	21	17,5	14	10,5	0

BE

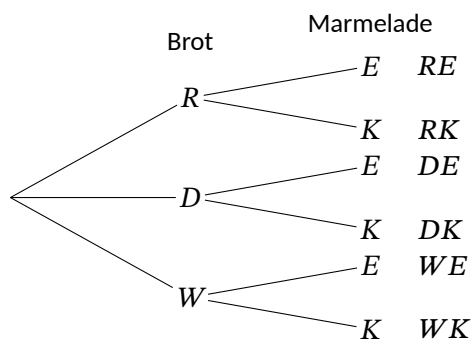
- LÖSUNGSHINWEISE ZU STOCHASTIK -

6 1

Aussage	w	f	n. e.
Fünf Kühe können auf 120 verschiedene Arten nebeneinander in einer Reihe aufgestellt werden.	x		
Aus acht Hühnern werden drei für eine Geflügelschau ausgewählt. Dafür gibt es $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ Möglichkeiten.		x	
Es gilt $\binom{9}{2} = \binom{9}{7}$.	x		
Ein Zahlenschloss am Hoftor hat drei Ringe mit den Ziffern 0 bis 9. Es gibt 1000 verschiedene Codes.	x		
Beim Auswählen von Tieren gibt es ohne Beachtung der Reihenfolge immer weniger Möglichkeiten als mit Beachtung der Reihenfolge.		x	
Beim Ferkelrennen auf dem Hoffest gewinnt das schwerste Ferkel am wahrscheinlichsten.			x

Begründungen (nicht verlangt): $5! = 120$. Bei der Auswahl zählt die Reihenfolge nicht: $\binom{8}{3} = 56$. Zwei aus neun wählen heißt sieben übrig lassen. $10^3 = 1000$. Wird nur ein Tier ausgewählt, sind beide Anzahlen gleich – „immer weniger“ stimmt also nicht. Über das Gewicht der Ferkel und seinen Einfluss ist nichts bekannt.

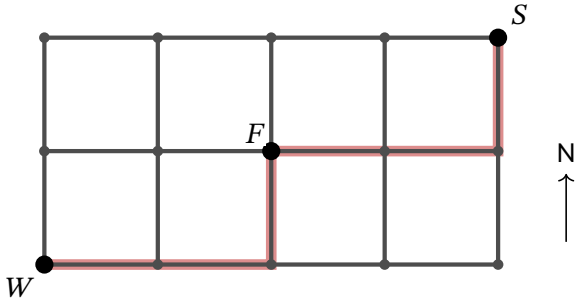
2 2.1



$3 \cdot 2 = 6$ Kombinationen aus Brot und Marmelade

2 2.2 Produktregel: $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ Körbe2 2.3 Zwei Brote, zwei Marmeladen, drei Käse: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ Körbe

Fortsetzung siehe nächste Seite

BE	- LÖSUNGSHINWEISE ZU STOCHASTIK - (Fortsetzung)	
2	2.4	Günstig sind $1 \cdot 1 \cdot 4 = 4$ Körbe: $P = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$
2	3.1	Jeder Weg muss insgesamt 4 Abschnitte nach Osten und 2 nach Norden zurücklegen; Umwege gibt es nicht, weil nie nach Westen oder Süden gegangen wird. Also $4 + 2 = 6$ Abschnitte. Beispiel (rot): O O N O O N.
		
3	3.2	Ein Weg ist festgelegt, wenn man weiß, welche 2 der 6 Abschnitte nach Norden führen: $\binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ Wege}$ <i>Bewertung:</i> 1 BE Modell (Auswahl der Nord-Abschnitte), 1 BE Ansatz, 1 BE Anzahl. Systematisches Abzählen wird voll bewertet.
3	3.3	Von W nach F : 3 Abschnitte, davon 1 nach Norden: $\binom{3}{1} = 3$ Wege; von F nach S ebenso 3 Wege. Wege über F : $3 \cdot 3 = 9$; $P = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$
2	4.1	Auswahl ohne Reihenfolge: $\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$
3	4.2	$P(\text{„genau zwei braune“}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{6 \cdot 6}{120} = \frac{3}{10}$
3	4.3	Gegenereignis „kein braunes Huhn“: $\frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ $P(\text{„mindestens ein braunes“}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
3	4.4	Die Rechnung trifft nicht zu: $\left(\frac{4}{10}\right)^3$ gilt für Ziehen mit Zurücklegen; ein Huhn kann aber nicht zweimal ausgewählt werden. Richtig: $\frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$ (bzw. $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{30}$) <i>Bewertung:</i> 1 BE Urteil, 1 BE Fehler benannt (ohne Zurücklegen), 1 BE richtige Wahrscheinlichkeit.

BE	- LÖSUNGSHINWEISE ZU STOCHASTIK - (Fortsetzung)	
4	5.1	Spiel A (Reihenfolge zählt, ohne Wiederholung): $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ Tipps. Spiel B (Reihenfolge zählt nicht): $\binom{6}{3} = 20$ Tipps. Zusammenhang: Jeder Tipp in Spiel B entspricht $3! = 6$ Tipps in Spiel A, denn die drei Ferkel lassen sich auf 6 Arten auf die Plätze 1 bis 3 verteilen: $20 \cdot 6 = 120$.
2	5.2	Spiel A: $P = \frac{1}{120}$; Spiel B: $P = \frac{1}{20}$
4	5.3	Bei 120 Tipps zahlt man jeweils 120 Euro ein. Im Mittel gewinnt man in Spiel A einmal (50 Euro), in Spiel B sechsmal ($6 \cdot 10 = 60$ Euro). Empfehlung: Spiel B – höhere Gewinnchance ($\frac{1}{20}$ statt $\frac{1}{120}$) und auf lange Sicht mehr Auszahlung. Für den Veranstalter lohnt es sich in beiden Spielen: Er behält im Mittel 70 Euro (A) bzw. 60 Euro (B) je 120 Euro Einsatz. <i>Bewertung:</i> 1 BE Auszahlung A, 1 BE Auszahlung B, 1 BE begründete Empfehlung, 1 BE Urteil zum Veranstalter.
2	5.4	Eher nicht: Ferkel unterscheiden sich in Größe, Kraft und Laune; manche laufen gar nicht los. Die Annahme ist eine Vereinfachung, damit man mit der Formel von Laplace rechnen kann.
2	6.1	$7! = 5040$ Belegungen
2	6.2	Box 1 ist fest, die übrigen sechs Kühe auf sechs Boxen: $6! = 720$ Belegungen
2	6.3	$P = \frac{720}{5040} = \frac{1}{7}$ Ohne Rechnung: Berta landet mit gleicher Wahrscheinlichkeit in jeder der sieben Boxen, also in Box 1 mit $\frac{1}{7}$.
51		