

2. Schulaufgabe aus dem Fach Mathematik (11NT)

Name: Klasse: Datum:

Themen: Ganzrationale Funktionen, Extrempunkte, Ungleichungen, Änderungsraten, Modelle; Ereignisse, Venn-Diagramm, Baumdiagramm, bedingte Wahrscheinlichkeit – Kontext Schwandorf

Hilfsmittel: in Teil 1 keine, in Teil 2 Taschenrechner und Merkhilfe. Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein; die äußere Form wird mitbewertet. Zeichnungen mit Bleistift, keine rote Farbe, kein Tipp-Ex. Digitale Geräte bleiben ausgeschaltet in der Tasche.

Die Bearbeitungszeit beträgt **75 Minuten**. Viel Erfolg!

BE: / 50

Note:

Teil 1: ohne Hilfsmittel

Arbeitszeit: 25 Minuten

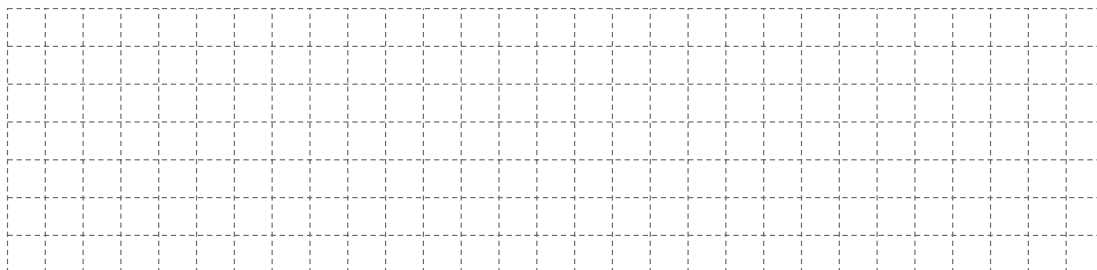
BE

1.0 Gegeben ist die Funktion

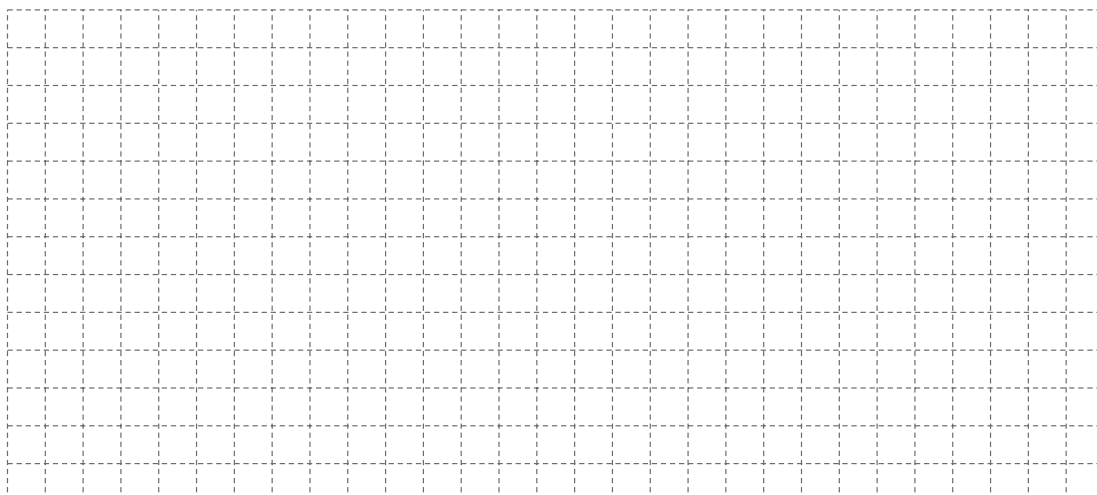
$$f : x \mapsto x^3 - 6x^2 + 9x, \quad D_f = \mathbb{R}$$

Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

2 1.1 Ermitteln Sie die Nullstellen von f samt ihrer Vielfachheit.



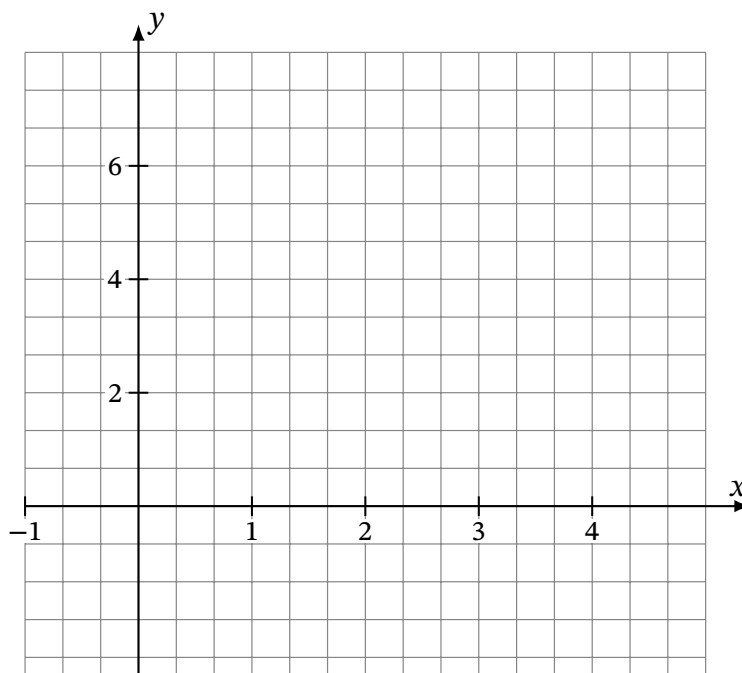
4 1.2 Ermitteln Sie jeweils die Art und die Koordinaten der Extrempunkte von G_f .



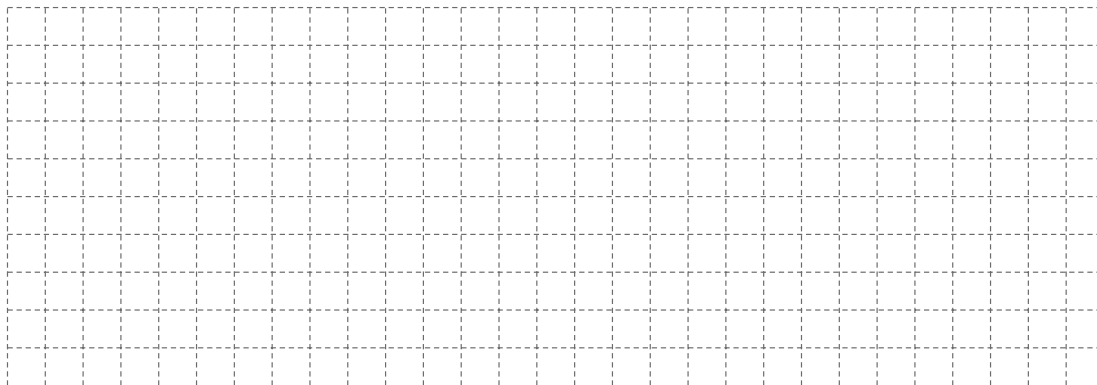
Fortsetzung siehe nächste Seite

BE

- 3 1.3 Zeichnen Sie G_f für $-0,2 \leq x \leq 4,2$ unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse in das gegebene Koordinatensystem.



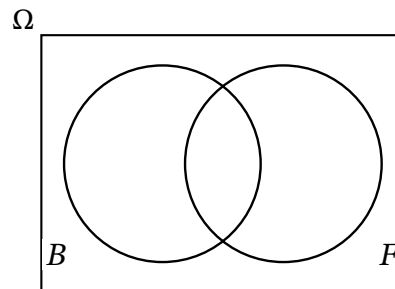
- 2 2 Geben Sie mithilfe der bisherigen Ergebnisse die Lösungsmenge der Ungleichung $f(x) > 0$ an.



11

BE

- 3.0 Bei einer Umfrage unter Schwandorfer Jugendlichen gaben 60 % an, im Sommer am Charlottenhofer Weiher baden zu gehen (B), und 50 %, mit dem Fahrrad zur Schule zu fahren (F). 30 % tun beides. Eine befragte Person wird zufällig ausgewählt.
- 2 3.1 Kennzeichnen Sie im Venn-Diagramm das Ereignis „Die Person geht weder baden noch fährt sie mit dem Fahrrad zur Schule.“ und geben Sie dieses Ereignis mithilfe von B und F in Mengenschreibweise an.

[illegible]

- 2 **3.2** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses aus 3.1.



- 2 **3.3** Beschreiben Sie das Ereignis $B \cap \bar{F}$ in Worten und berechnen Sie seine Wahrscheinlichkeit.



2. Schulaufgabe aus dem Fach Mathematik (11NT)

Name: Klasse: Datum:

Teil 2: mit Hilfsmitteln

Arbeitszeit: 50 Minuten

BE

- 4.0** Die Wassertemperatur des Charlottenhofer Weihers in Schwandorf wird an einem Sommertag zwischen 6 Uhr und 20 Uhr modellhaft beschrieben durch

$$T(t) = -0,125t^2 + 3t + 6, \quad 6 \leq t \leq 20$$

Dabei ist t die Uhrzeit in Stunden und $T(t)$ die Temperatur in °C. Bei den Berechnungen kann auf das Mitführen von Einheiten verzichtet werden.

- | | |
|---|---|
| 3 | 4.1 Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts des Graphen von T und interpretieren Sie diese im Sachzusammenhang. |
| 3 | 4.2 Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate von T zwischen 6 Uhr und 10 Uhr und deuten Sie den Wert im Sachzusammenhang. |
| 3 | 4.3 Ermitteln Sie die Uhrzeit, zu der die momentane Änderungsrate der Wassertemperatur genau so groß ist wie die mittlere Änderungsrate aus 4.2. |
| 2 | 4.4 Untersuchen Sie, ob das Modell auch für die Nacht zwischen 0 Uhr und 6 Uhr sinnvoll ist. |

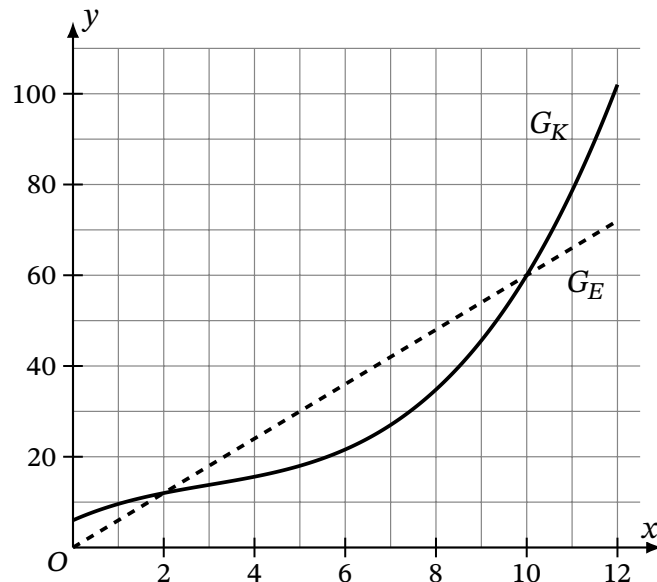
Fortsetzung siehe nächste Seite

BE

- 5.0** Eine kleine Brauerei in Schwandorf stellt im Monat bis zu 12 000 Liter Bier her. Die Kosten werden beschrieben durch

$$K(x) = 0,1x^3 - 0,9x^2 + 4,4x + 6, \quad 0 \leq x \leq 12$$

der Erlös durch $E(x) = 6x$. Dabei ist x die Menge in 1000 Litern; Kosten und Erlös sind in 1000 Euro angegeben. Die Abbildung zeigt die Graphen von K und E .



- 5.1** Entnehmen Sie der Abbildung, für welche Mengen die Brauerei Gewinn macht, und bestätigen Sie die Grenzen dieses Bereichs rechnerisch.
- 5.2** Die Ableitung K' gibt die momentane Änderungsrate der Kosten an. Ermitteln Sie die Menge, bei der diese Änderungsrate am kleinsten ist, und deuten Sie den zugehörigen Wert im Sachzusammenhang.
- 5.3** Ermitteln Sie die Menge, bei der der Gewinn $G(x) = E(x) - K(x)$ am größten ist, und geben Sie den größten Gewinn an.
[Mögliches Teilergebnis: $G(x) = -0,1x^3 + 0,9x^2 + 1,6x - 6$]
- 5.4** Der Braumeister meint: „Je mehr Bier wir brauen, desto mehr verdienen wir.“ Untersuchen Sie, ob diese Aussage für $0 \leq x \leq 12$ zutrifft.

22

BE

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

6.0 Am Bahnhof Schwandorf sind 70 % der haltenden Züge Regionalzüge (R), die übrigen Fernzüge. Regionalzüge sind zu 90 % pünktlich, Fernzüge zu 80 %. Ein haltender Zug wird zufällig ausgewählt; V bezeichnet das Ereignis „Der Zug ist verspätet.“

3 **6.1** Zeichnen Sie ein Baumdiagramm mit allen Pfadwahrscheinlichkeiten.

2 **6.2** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Zug pünktlich ist.

3 **6.3** Ein Zug ist verspätet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es ein Regionalzug ist, und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Anteil der Regionalzüge.

3 **6.4** Eine Pendlerin fährt an fünf Arbeitstagen jeweils mit einem Regionalzug ab Schwandorf. Die Pünktlichkeit an verschiedenen Tagen wird als unabhängig angenommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einer ihrer fünf Züge verspätet ist.

11