

2. Schulaufgabe aus dem Fach Mathematik (11NT)

Lösungshinweise

Themen: Ganzrationale Funktionen, Extrempunkte, Ungleichungen, Änderungsraten, Modelle; Ereignisse, Venn-Diagramm, Baumdiagramm, bedingte Wahrscheinlichkeit – Kontext Schwandorf

Notenschlüssel (Vorschlag: Prozentgrenzen wie Fachabitur, 50 Bewertungseinheiten):

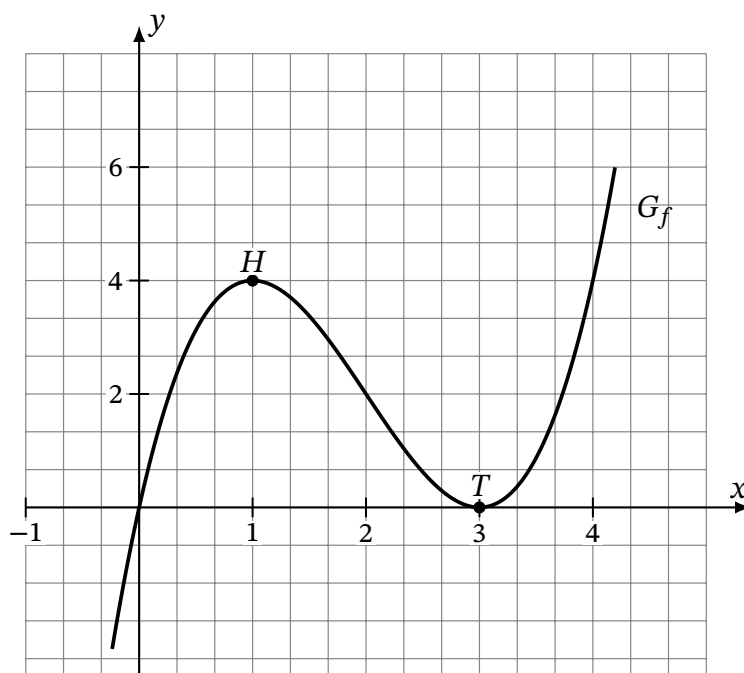
Note	1+	1	1–	2+	2	2–	3+	3	3–	4+	4	4–	5+	5	5–	6
Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE ab	48	45,5	43	40,5	38	35,5	33	30,5	28	25,5	23	20,5	17	13,5	10	0

BE

- LÖSUNGSHINWEISE ZU ANALYSIS -

2 **1.1** $f(x) = x(x^2 - 6x + 9) = x(x - 3)^2$: $x_1 = 0$ (einfache Nullstelle), $x_{2,3} = 3$ (doppelte Nullstelle)

4 **1.2** $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x - 1)(x - 3)$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x_4 = 1$; $x_5 = 3$
 Vorzeichen von f' : + für $x < 1$, – für $1 < x < 3$, + für $x > 3$
 $f(1) = 1 - 6 + 9 = 4$; $f(3) = 0 \Rightarrow$ Hochpunkt $H(1 | 4)$, Tiefpunkt $T(3 | 0)$

3 **1.3**

Bewertung: 1 BE Nullstellen und Extrempunkte eingetragen, 1 BE Berühren bei $x = 3$, 1 BE Verlauf an den Rändern.

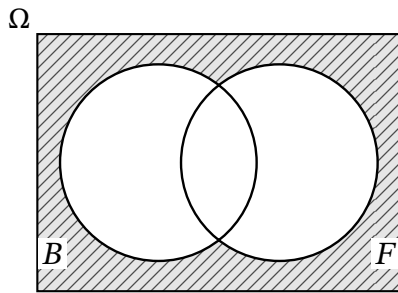
2 **2** $f(x) = x(x - 3)^2 > 0$ gilt für $x > 0$ und $x \neq 3$ (der Faktor $(x - 3)^2$ ist nie negativ):
 $\mathbb{L} =]0; 3[\cup]3; +\infty[$

11

BE

- LÖSUNGSHINWEISE ZU STOCHASTIK -

2 3.1 $\overline{B \cup F} = \overline{B} \cap \overline{F}$ (schraffiert)



2 3.2 $P(B \cup F) = 0,6 + 0,5 - 0,3 = 0,8$; $P(\overline{B \cup F}) = 1 - 0,8 = 0,2$

2 3.3 $B \cap \overline{F}$: „Die Person geht baden, fährt aber nicht mit dem Fahrrad zur Schule.“
 $P(B \cap \overline{F}) = P(B) - P(B \cap F) = 0,6 - 0,3 = 0,3$

6

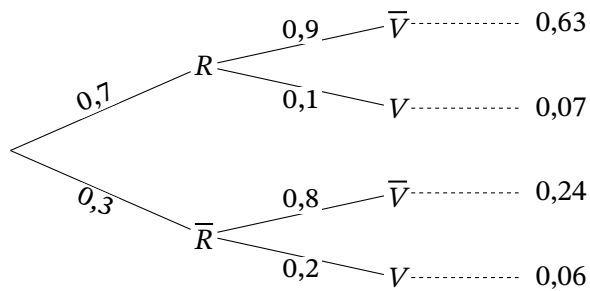
BE	- LÖSUNGSHINWEISE ZU ANALYSIS -	
3	4.1	$T(t) = -0,125(t^2 - 24t) + 6 = -0,125(t - 12)^2 + 24 \Rightarrow S(12 24)$ Um 12 Uhr ist das Wasser mit 24 °C am wärmsten.
3	4.2	$T(6) = -4,5 + 18 + 6 = 19,5; T(10) = -12,5 + 30 + 6 = 23,5$ $\frac{T(10) - T(6)}{10 - 6} = \frac{23,5 - 19,5}{4} = 1$ Zwischen 6 und 10 Uhr steigt die Temperatur im Mittel um 1 °C pro Stunde.
3	4.3	$T'(t) = -0,25t + 3; T'(t) = 1 \Rightarrow -0,25t = -2 \Rightarrow t = 8$ Um 8 Uhr steigt die Temperatur momentan genau so schnell wie im Mittel zwischen 6 und 10 Uhr.
2	4.4	$T(0) = 6$: Das Modell liefert um Mitternacht nur 6 °C und eine von 0 bis 6 Uhr steigende Temperatur. Tatsächlich kühlt das Wasser nachts ab, und zwar nur langsam (um 20 Uhr noch $T(20) = 16$). Für die Nacht ist das Modell nicht sinnvoll.
3	5.1	Abgelesen: Der Graph von E liegt für $2 < x < 10$ oberhalb des Graphen von K . $G(x) = E(x) - K(x) = -0,1x^3 + 0,9x^2 + 1,6x - 6; G(2) = -0,8 + 3,6 + 3,2 - 6 = 0;$ $G(10) = -100 + 90 + 16 - 6 = 0$ Gewinn bei Mengen zwischen 2000 und 10 000 Litern.
3	5.2	$K'(x) = 0,3x^2 - 1,8x + 4,4; K''(x) = 0,6x - 1,8 = 0 \Rightarrow x = 3; K''$ wechselt dort das Vorzeichen von $-$ nach $+$, also hat K' bei $x = 3$ ein Minimum. $K'(3) = 2,7 - 5,4 + 4,4 = 1,7$ Bei 3000 Litern kosten weitere 1000 Liter am wenigsten, nämlich ungefähr 1700 Euro.
3	5.3	$G'(x) = -0,3x^2 + 1,8x + 1,6 = 0 \Rightarrow x \approx 6,79$ (die zweite Lösung $x \approx -0,79$ liegt außerhalb) G' wechselt dort das Vorzeichen von $+$ nach $-$; Randwerte $G(0) = -6, G(12) = -30$. $G(6,79) \approx 15,05$ Bei etwa 6790 Litern ist der Gewinn mit rund 15 050 Euro am größten.
2	5.4	Die Aussage trifft nicht zu: Der Gewinn steigt nur bis $x \approx 6,79$ und sinkt danach; ab 10 000 Litern macht die Brauerei Verlust ($G(12) = -30$).
22		

BE

- LÖSUNGSHINWEISE ZU STOCHASTIK -

3

6.1



Pfadwahrscheinlichkeiten: $0,7 \cdot 0,9 = 0,63$; $0,7 \cdot 0,1 = 0,07$; $0,3 \cdot 0,8 = 0,24$; $0,3 \cdot 0,2 = 0,06$

2

6.2 $P(\bar{V}) = 0,7 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,8 = 0,63 + 0,24 = 0,87$

3

6.3 $P(V) = 0,07 + 0,06 = 0,13$; $P_{V|}(R) = \frac{0,07}{0,13} \approx 0,538$

Unter den verspäteten Zügen sind nur etwa 54 % Regionalzüge, obwohl sie 70 % aller Züge ausmachen – Regionalzüge sind seltener verspätet.

3

6.4 $P(\text{„alle fünf pünktlich“}) = 0,9^5 = 0,59049$

$P(\text{„mindestens einer verspätet“}) = 1 - 0,9^5 \approx 0,410$

11