

2. Schulaufgabe aus dem Fach Mathematik (11NT)

Name: Klasse: Datum:

Themen: Ganzrationale Funktionen und Ableitung, quadratische Modelle; Kombinatorik, Laplace, Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeit – Kontext Umweltschutz

Hilfsmittel: in Teil 1 keine, in Teil 2 Taschenrechner und Merkhilfe. Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein; die äußere Form wird mitbewertet. Zeichnungen mit Bleistift, keine rote Farbe, kein Tipp-Ex. Digitale Geräte bleiben ausgeschaltet in der Tasche.

Die Bearbeitungszeit beträgt **75 Minuten**. Viel Erfolg!

BE: / 50

Note:

Teil 1: ohne Hilfsmittel

Arbeitszeit: 25 Minuten

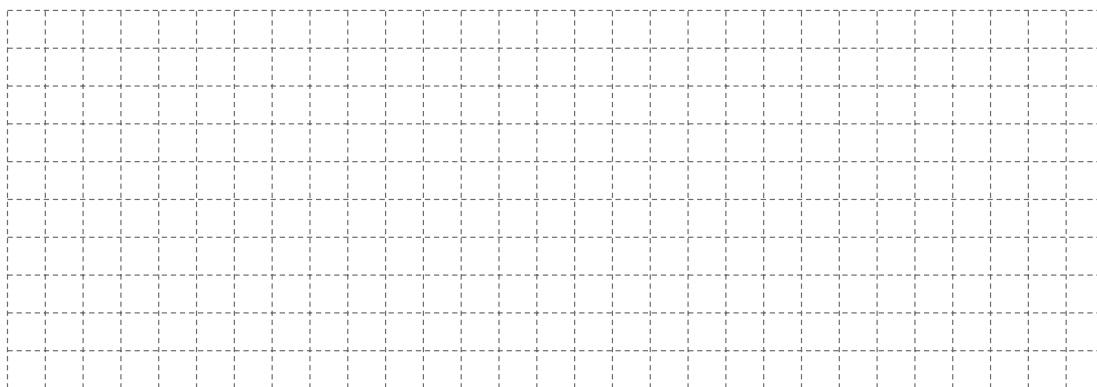
BE

1.0 Gegeben ist die Funktion

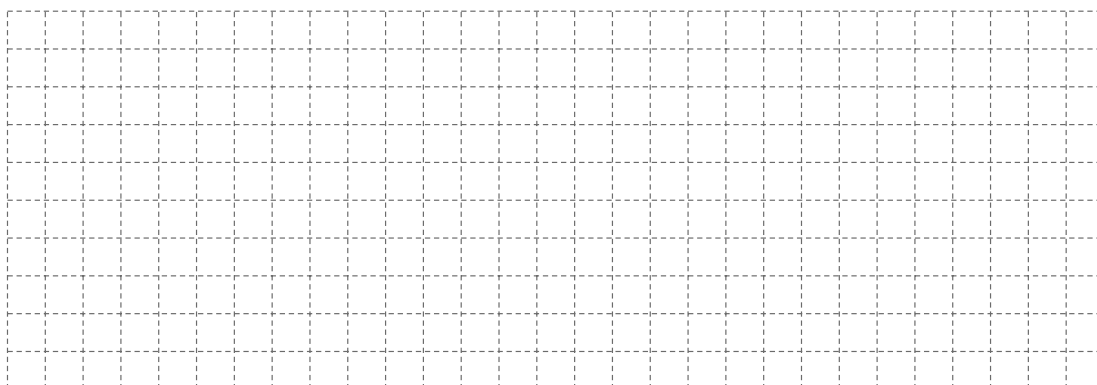
$$f: x \mapsto x^3 - 3x^2, \quad D_f = \mathbb{R}$$

Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Ermitteln Sie die Nullstellen von f samt ihrer Vielfachheit und geben Sie das Verhalten der Funktionswerte von f für $x \rightarrow -\infty$ und für $x \rightarrow +\infty$ in Limeschreibweise an.



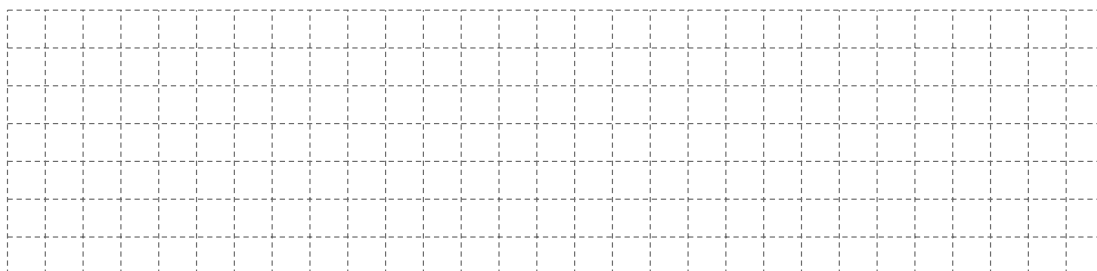
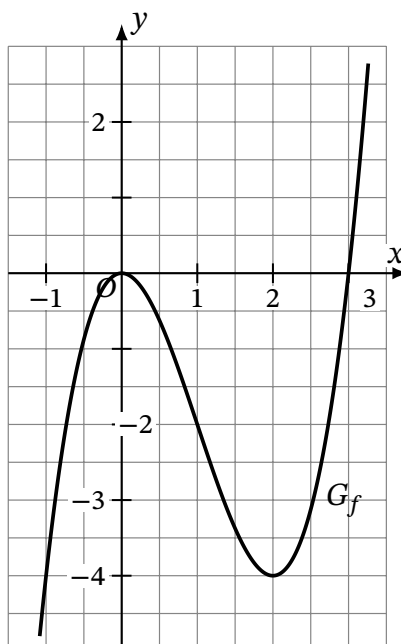
1.2 Ermitteln Sie jeweils die Art und die Koordinaten der Extrempunkte von G_f .



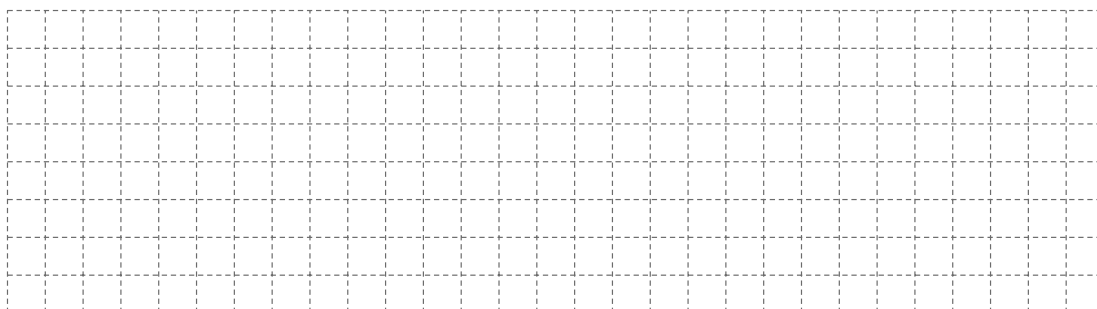
Fortsetzung siehe nächste Seite

BE

- 2 1.3 Die Abbildung zeigt G_f . Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an G_f im Punkt $P(1 \mid -2)$ und zeichnen Sie die Tangente in die Abbildung ein.



- 2 2 Gegeben sind die Funktionen $g_k : x \mapsto x^2 + kx + 4$ mit $k \in \mathbb{R}$ und $D_{g_k} = \mathbb{R}$. Bestimmen Sie alle Werte von k , für die der Graph von g_k die x -Achse berührt.



11

BE

3.0 Für eine Müllsammelaktion am Naabufer melden sich fünf Freiwillige: zwei aus der Klasse 11a und drei aus der Klasse 11b. Zwei von ihnen werden zufällig für die erste Schicht ausgelost.

2 | **3.1** Bestimmen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, die zwei Personen auszuwählen.



2 **3.2** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide ausgelosten Personen aus der Klasse 11b kommen.

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 15 rows of squares, creating a total of 300 square units. The lines are thin and gray, set against a white background. There are no margins or additional markings on the page.

2 **3.3** Formulieren Sie das Gegenereignis des Ereignisses E : „Mindestens eine ausgeloste Person kommt aus der Klasse 11a.“ in Worten und berechnen Sie $P(E)$.

A full-page sheet of white graph paper featuring a uniform grid of small squares formed by dashed gray lines. The grid covers the entire area of the page, providing a template for drawing or writing.

6

2. Schulaufgabe aus dem Fach Mathematik (11NT)

Name: Klasse: Datum:

Teil 2: mit Hilfsmitteln

Arbeitszeit: 50 Minuten

BE

- 4.0** Eine Photovoltaikanlage auf dem Schuldach liefert an einem sonnigen Sommertag zwischen 6 Uhr und 18 Uhr Strom. Ihre Leistung wird modellhaft beschrieben durch

$$P(t) = -0,25(t - 6)(t - 18)$$

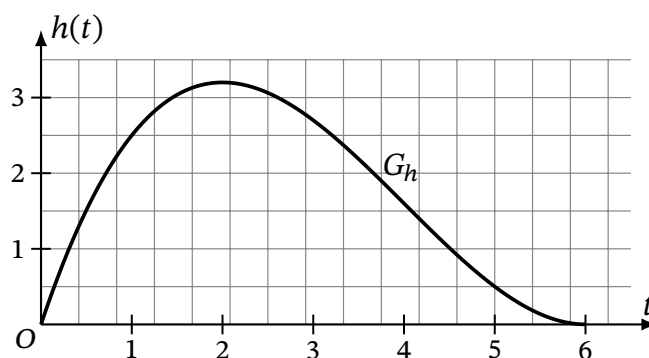
Dabei ist t die Uhrzeit in Stunden und $P(t)$ die Leistung in Kilowatt (kW). Bei den Berechnungen kann auf das Mitführen von Einheiten verzichtet werden.

- 3 4.1** Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts des Graphen von P und interpretieren Sie diese im Sachzusammenhang. Geben Sie eine im Sachzusammenhang sinnvolle Definitionsmenge von P an.
- 3 4.2** Die Lüftungsanlage der Schule kann nur dann vollständig mit Solarstrom betrieben werden, wenn die Anlage mindestens 5 kW liefert. Ermitteln Sie den Zeitraum, in dem das der Fall ist.
- 2 4.3** Zeichnen Sie den Graphen von P für $6 \leq t \leq 18$ in ein Koordinatensystem; die t -Achse darf bei 6 beginnen.
Maßstab: 1 h $\hat{=}$ 1 cm; 1 kW $\hat{=}$ 1 cm

- 5.0** Nach einem Starkregen füllt sich ein Regenrückhaltebecken, das die Kläranlage entlastet. Der Wasserstand über dem Normalstand wird modellhaft beschrieben durch

$$h(t) = 0,1t^3 - 1,2t^2 + 3,6t, \quad 0 \leq t \leq 6$$

Dabei ist t die Zeit in Stunden nach Beginn des Regens und $h(t)$ der Wasserstand über dem Normalstand in Metern. Die Abbildung zeigt den Graphen G_h von h .



- 3 5.1** Zeigen Sie, dass $h(t) = 0,1t(t - 6)^2$ gilt, und deuten Sie die Nullstellen von h samt ihrer Vielfachheit im Sachzusammenhang.

Fortsetzung siehe nächste Seite

BE

- 5 **5.2** Ermitteln Sie rechnerisch den höchsten Wasserstand und den Zeitpunkt, zu dem er erreicht wird.
[Mögliches Teilergebnis: $h'(t) = 0,3(t - 2)(t - 6)$]
- 3 **5.3** Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate von h im Intervall $[2; 6]$ und die lokale Änderungsrate zum Zeitpunkt $t = 4$. Vergleichen Sie beide Werte und deuten Sie sie im Sachzusammenhang.
- 3 **5.4** Ein Mitarbeiter der Kläranlage behauptet: „Der Wasserstand sinkt am schnellsten, wenn er nur noch halb so hoch ist wie der höchste Wasserstand.“
Untersuchen Sie, ob diese Behauptung zutrifft.

22

Stochastik

BE

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

- 6.0** Bei einer Umfrage zum Umweltverhalten an der Schule gaben 40 % der Befragten an, mit dem Fahrrad zur Schule zu kommen (R). 70 % trennen ihren Müll zu Hause konsequent (M); 30 % tun beides. Eine befragte Person wird zufällig ausgewählt.
- 3 **6.1** Erstellen Sie eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel für die Ereignisse R und M .
- 3 **6.2** Berechnen Sie $P_R(M)$ und untersuchen Sie, ob die Ereignisse R und M stochastisch unabhängig sind. Deuten Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.
- 2 **6.3** Die Schülerzeitung titelt: „75 % der Mülltrenner kommen mit dem Fahrrad!“
Untersuchen Sie, ob diese Schlagzeile zutrifft.
- 3 **7** Ein Pfandautomat nimmt jede Flasche unabhängig von den anderen mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % an. Lisa gibt drei Flaschen ab.
Berechnen Sie mithilfe eines Baumdiagramms oder der Pfadregeln die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens zwei der drei Flaschen angenommen werden.

11