

2. Schulaufgabe aus dem Fach Mathematik (11NT)

Lösungshinweise

Themen: Ganzrationale Funktionen und Ableitung, quadratische Modelle; Kombinatorik, Laplace, Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeit – Kontext Umweltschutz

Notenschlüssel (Vorschlag: Prozentgrenzen wie Fachabitur, 50 Bewertungseinheiten):

Note	1+	1	1–	2+	2	2–	3+	3	3–	4+	4	4–	5+	5	5–	6
Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE ab	48	45,5	43	40,5	38	35,5	33	30,5	28	25,5	23	20,5	17	13,5	10	0

BE

- LÖSUNGSHINWEISE ZU ANALYSIS -

3 **1.1** $f(x) = x^2(x - 3)$: $x_{1;2} = 0$ (doppelte Nullstelle), $x_3 = 3$ (einfache Nullstelle)

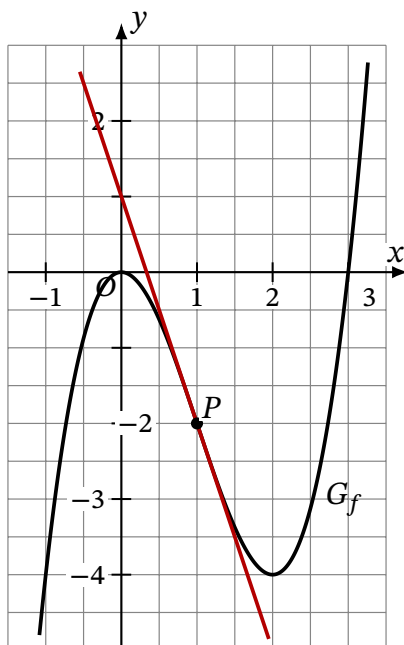
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (\text{Grad } 3, \text{Leitkoeffizient positiv})$$

4 **1.2** $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x_4 = 0$; $x_5 = 2$

Vorzeichen von f' : + für $x < 0$, – für $0 < x < 2$, + für $x > 2$

$\Rightarrow$ Hochpunkt $H(0 | 0)$, Tiefpunkt $T(2 | -4)$

2 **1.3** $f'(1) = 3 - 6 = -3$; $y = -3(x - 1) + (-2) = -3x + 1$



2 **2** Berühren: genau eine (doppelte) Nullstelle, also Diskriminante $D = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$
 $k^2 = 16 \Rightarrow k = -4$ oder $k = 4$

Bewertung: 1 BE Bedingung $D = 0$ (oder Scheitel auf der x -Achse), 1 BE beide Werte.

11

BE	- LÖSUNGSHINWEISE ZU STOCHASTIK -	
2	3.1	Ziehen ohne Zurücklegen, Reihenfolge egal: $\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ Möglichkeiten
2	3.2	Laplace-Experiment: $P(\text{„beide aus 11b“}) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{3}{10}$
2	3.3	$\bar{E}$: „Beide ausgelosten Personen kommen aus der Klasse 11b.“ (keine aus der 11a) $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$
6		

BE

- LÖSUNGSHINWEISE ZU ANALYSIS -

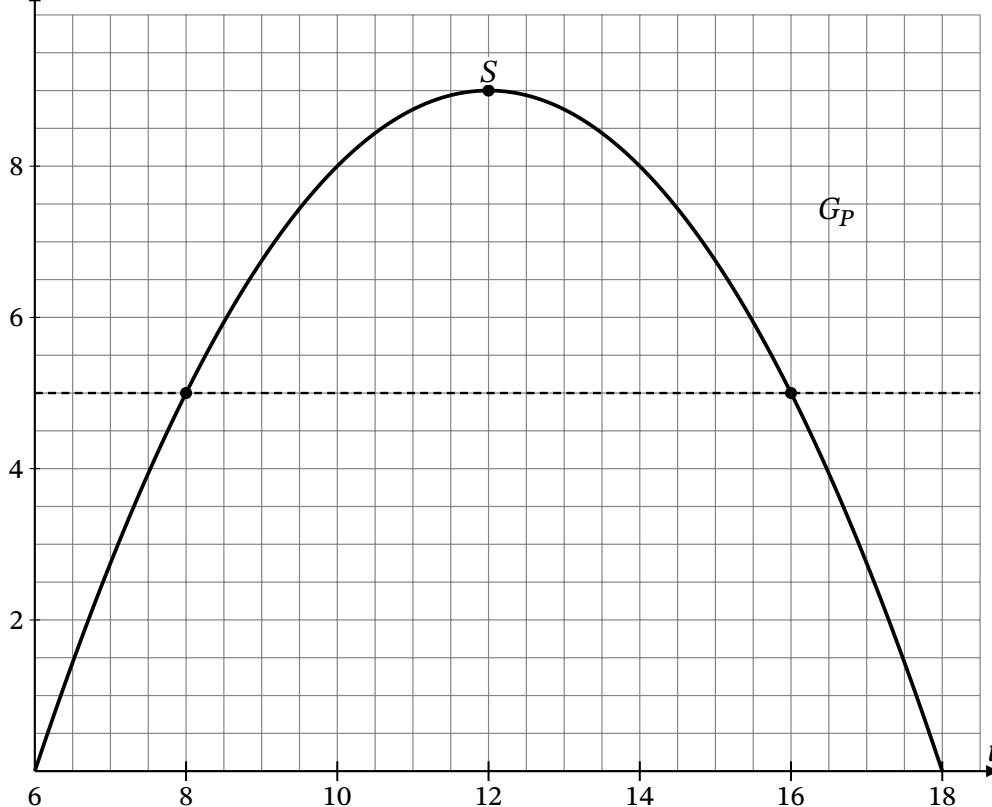
- 3 4.1 Nullstellen 6 und 18 $\Rightarrow$ Scheitelstelle in der Mitte: $t_S = 12$; $P(12) = -0,25 \cdot 6 \cdot (-6) = 9$
 $S(12 | 9)$ bzw. $P(t) = -0,25(t - 12)^2 + 9$

Um 12 Uhr liefert die Anlage mit 9 kW ihre größte Leistung. Sinnvoll: $D_P = [6; 18]$
 (Strom nur zwischen 6 und 18 Uhr, keine negative Leistung).

- 3 4.2 $P(t) \geq 5 \Rightarrow -0,25(t - 12)^2 + 9 \geq 5 \Rightarrow (t - 12)^2 \leq 16 \Rightarrow 8 \leq t \leq 16$

Von 8 Uhr bis 16 Uhr, also 8 Stunden lang, reicht der Solarstrom für die Lüftungsanlage.

- 2 4.3 $P(t)$



Fortsetzung siehe nächste Seite

BE	- LÖSUNGSHINWEISE ZU ANALYSIS - (Fortsetzung)
3	5.1 $0,1t(t-6)^2 = 0,1t(t^2 - 12t + 36) = 0,1t^3 - 1,2t^2 + 3,6t = h(t)$ $t = 0$ (einfach): Zu Beginn des Regens herrscht Normalstand. $t = 6$ (doppelt): Nach 6 Stunden ist wieder Normalstand erreicht; der Graph berührt dort die t-Achse – der Wasserstand sinkt nicht unter den Normalstand.
5	5.2 $h'(t) = 0,3t^2 - 2,4t + 3,6 = 0,3(t^2 - 8t + 12) = 0,3(t-2)(t-6)$ $h'(t) = 0 \Rightarrow t = 2$ ($t = 6$ ist Randstelle) $h' > 0$ für $0 < t < 2$, $h' < 0$ für $2 < t < 6$: einziger Monotoniewechsel, also absolutes Maximum (Randwerte $h(0) = h(6) = 0$). $h(2) = 0,1 \cdot 2 \cdot 16 = 3,2$ Der höchste Wasserstand beträgt 3,2 m über Normal, zwei Stunden nach Regenbeginn.
3	5.3 $\frac{h(6) - h(2)}{6 - 2} = \frac{0 - 3,2}{4} = -0,8$; $h'(4) = 0,3 \cdot 2 \cdot (-2) = -1,2$ Zwischen der 2. und 6. Stunde sinkt der Wasserstand im Mittel um 0,8 m pro Stunde; zum Zeitpunkt $t = 4$ sinkt er gerade schneller, um 1,2 m pro Stunde.
3	5.4 Am schnellsten sinkt der Wasserstand, wo h' minimal ist: $h''(t) = 0,6t - 2,4 = 0 \Rightarrow t = 4$; h'' wechselt dort das Vorzeichen von $-$ nach $+$, also hat h' bei $t = 4$ ein Minimum. $h(4) = 0,1 \cdot 4 \cdot 4 = 1,6 = \frac{3,2}{2}$ Die Behauptung trifft zu. Bewertung: 1 BE Ansatz über h'' bzw. Wendestelle, 1 BE $t = 4$ mit Begründung, 1 BE Vergleich mit 3,2 und Urteil.
22	

BE		- LÖSUNGSHINWEISE ZU STOCHASTIK -			
3	6.1		R	$\bar{R}$	Σ
		M	0,3	0,4	0,7
		$\bar{M}$	0,1	0,2	0,3
		Σ	0,4	0,6	1
3	6.2	$P_R(M) = \frac{P(R \cap M)}{P(R)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75 \neq 0,7 = P(M) \Rightarrow R \text{ und } M \text{ sind stochastisch abhängig.}$ Wer mit dem Fahrrad kommt, trennt seinen Müll etwas häufiger konsequent (75 %) als die Befragten insgesamt (70 %).			
2	6.3	Die 75 % sind $P_R(M)$. Für die Schlagzeile gefragt ist $P_M(R) = \frac{0,3}{0,7} \approx 0,43$: Nur etwa 43 % der Mülltrenner kommen mit dem Fahrrad. Die Schlagzeile trifft nicht zu – Bedingung und Ereignis sind vertauscht.			
3	7	A: angenommen (0,9), $\bar{A}$: abgelehnt (0,1); drei Pfade mit genau zwei A, ein Pfad mit drei A: $P = 3 \cdot 0,9^2 \cdot 0,1 + 0,9^3 = 0,243 + 0,729 = 0,972$			
11					